

# Regularity of weak solutions to anisotropic problems

## Oggetto dell'attività della borsa di ricerca

La teoria della regolarità per equazioni differenziali paraboliche degeneri, il cui modello classico è quello del  $p$ -Laplaciano, è un oggetto di studio classico i cui fondamenti nascono dalla necessità, nel mondo della fisica dei continui (e non solo), di dimostrare che le soluzioni trovate in spazi astratti matematici siano effettivamente delle soluzioni fisiche, e pertanto che abbiano le proprietà (di limitatezza, continuità, derivabilità) che gli esperimenti mettono in evidenza.

Negli ultimi decenni il problema si è spostato nella direzione di comprendere la regolarità delle soluzioni, quando il modello fisico prescrive un'energia sbilanciata, anisotropica, come nel caso della filtrazione attraverso mezzi porosi la cui porosità cambia con la direzione, nel caso dei modelli di traffico congestionato e fluidi non-Newtoniani elettroreologici, con anisotropia spaziale. In questi moderni problemi la teoria della regolarità deve affrontare equazioni la cui energia degenera vertiginosamente, eventualmente in maniera anisotropica in ciascuna direzione, e che pertanto rientrano in quelle che vengono chiamate equazioni "widely degenerate", oppure a crescita non-standard, ortotrope o ancora anisotrope.

Questo progetto ha come obiettivo lo studio della regolarità, dal punto di vista delle condizioni Lipschitz sulle soluzioni deboli, della locale limitatezza di tali soluzioni e delle varie altre proprietà fisiche che interessano le soluzioni dei modelli di traffico congestionato menzionati sopra / summenzionati. Un particolare interesse verrà dato allo studio della regolarità di tipo Besov e Sobolev (maggiore derivabilità debole) dei campi vettoriali correlati all'energia dell'equazione. Il metodo di ricerca consisterà nella posizione del problema per le equazioni prototipo, per poi raffinare le tecniche per equazioni con coefficienti, che descrivano l'anisotropia del mezzo, al fine di impostare uno studio completo della regolarità delle soluzioni delle equazioni afferenti ai modelli anisotropi descritti. I candidati ideali per il progetto proposto possiedono una solida formazione nello studio della regolarità per equazioni ampiamente degeneri (o singolari), sia paraboliche che ellittiche.